Description Logics

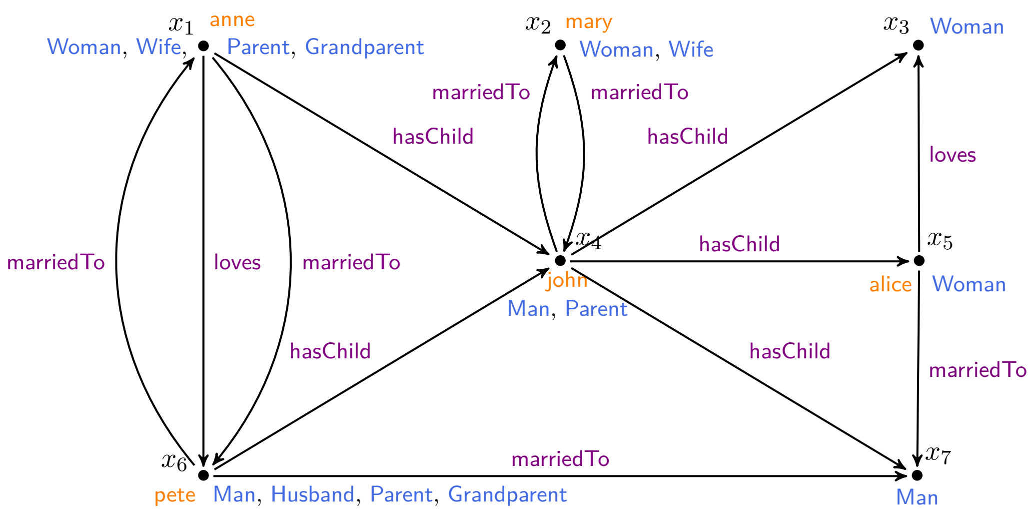
Exercises 4

Ivan Varzinczak

1. Let $\mathsf{N}_{\mathscr{C}} = \{\mathsf{Person}, \mathsf{Male}, \mathsf{Female}, \mathsf{Man}, \mathsf{Woman}, \mathsf{Husband}, \mathsf{Wife}, \mathsf{Parent}, \mathsf{Grandparent}, \mathsf{Father}, \mathsf{Mother}\}$, $\mathsf{N}_{\mathscr{R}} = \{\mathsf{marriedTo}, \mathsf{hasChild}, \mathsf{loves}\}$ and $\mathsf{N}_{\mathscr{I}} = \{\mathsf{john}, \mathsf{mary}, \mathsf{alice}, \mathsf{pete}, \mathsf{anne}, \mathsf{bob}\}$, and consider the ontology formalized by the TBox $\mathcal{T}$ and the ABox $\mathcal{A}$ below. Decide whether $\langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ is consistent or not. If it is, show an interpretation satisfying both $\mathcal{T}$ and $\mathcal{A}$; else give a reason for why it is not consistent.

$$\mathcal{T} := \left\{ \begin{array}{c} \mathsf{Woman} \equiv \mathsf{Female} \sqcap \mathsf{Person}, \\ \mathsf{Man} \equiv \mathsf{Male} \sqcap \mathsf{Person}, \\ \mathsf{Woman} \sqsubseteq \neg\mathsf{Man}, \\ \top \equiv (\mathsf{Man} \sqcup \mathsf{Woman}), \\ \mathsf{Parent} \equiv \exists\mathsf{hasChild}.\top, \\ \mathsf{Grandparent} \equiv \exists\mathsf{hasChild}.\mathsf{Parent}, \\ \mathsf{Father} \equiv \mathsf{Man} \sqcap \mathsf{Parent}, \\ \mathsf{Mother} \equiv \mathsf{Woman} \sqcap \mathsf{Parent}, \\ \mathsf{Husband} \sqsubseteq \exists\mathsf{marriedTo}.\mathsf{Woman}, \\ \mathsf{Wife} \sqsubseteq \exists\mathsf{marriedTo}.\mathsf{Man}, \\ \mathsf{Person} \sqsubseteq \exists\mathsf{loves}.\top \end{array} \right\} \qquad \mathcal{A} := \left\{ \begin{array}{c} \mathsf{anne} : \mathsf{Woman},\ \mathsf{pete} : \mathsf{Man}, \\ \mathsf{mary} : \mathsf{Woman},\ \mathsf{john} : \mathsf{Man}, \\ \mathsf{alice} : \mathsf{Woman},\ \mathsf{bob} : \mathsf{Man}, \\ (\mathsf{pete}, \mathsf{anne}) : \mathsf{marriedTo}, \\ (\mathsf{anne}, \mathsf{pete}) : \mathsf{marriedTo}, \\ (\mathsf{john}, \mathsf{mary}) : \mathsf{marriedTo}, \\ (\mathsf{mary}, \mathsf{john}) : \mathsf{marriedTo}, \\ (\mathsf{pete}, \mathsf{john}) : \mathsf{hasChild}, \\ (\mathsf{anne}, \mathsf{john}) : \mathsf{hasChild}, \\ (\mathsf{john}, \mathsf{alice}) : \mathsf{hasChild}, \\ (\mathsf{alice}, \mathsf{bob}) : \mathsf{loves} \end{array} \right\}$$

2. Let $\mathsf{N}_{\mathscr{C}}$ and $\mathsf{N}_{\mathscr{R}}$ be as in Exercise 1 above and let $\mathsf{N}_{\mathscr{I}} := \{\mathsf{john}, \mathsf{mary}, \mathsf{alice}, \mathsf{pete}, \mathsf{anne}\}$. Moreover, let $\mathcal{I} = \langle \Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ be an interpretation for $\mathsf{N}_{\mathscr{C}} \cup \mathsf{N}_{\mathscr{R}} \cup \mathsf{N}_{\mathscr{I}}$ as depicted in the figure below.



(*i*) $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$? (*ii*) $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$? (*iii*) $\mathcal{I} \Vdash \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$? If the answers to (*i*) or (*ii*) are negative, determine the biggest subsets $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$ and $\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{A}$ such that $\mathcal{I} \Vdash \langle \mathcal{T}', \mathcal{A}' \rangle$. In this case, are $\mathcal{T}'$ and $\mathcal{A}'$ unique?